

MECÁNICA CUÁNTICA

Problemas (Grupo D)

Problema 21. En un sistema cuántico de spin $S = \frac{1}{2}$, se pide:

i/ Calcular la dispersión

$$\langle (\Delta S_x)^2 \rangle_\psi := \langle S_x^2 \rangle_\psi - \langle S_x \rangle_\psi^2,$$

donde $|\psi\rangle = |S_z; +\rangle := |+\rangle$. Usar este resultado para comprobar la relación de indeterminación general

$$(\Delta_\psi A) (\Delta_\psi B) \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle_\psi|^2,$$

con $A = S_x$ y $B = S_y$.

ii/ Comprobar de nuevo la relación de indeterminación con la elección $A = S_x$, $B = S_y$ y $|\psi\rangle = |S_x; +\rangle$.

Problema 22. Una partícula se encuentra confinada en un pozo de potencial de anchura L de paredes infinitas en $D = 1$ dimensiones:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \in (0, L), \\ \infty & x \notin (0, L). \end{cases}$$

Sus autofunciones y autoenergías son las siguientes:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}, \quad n \in \mathbb{N} - \{0\}.$$

Se pide:

i/ Calcular la relación de indeterminación $x-p$ para el estado fundamental.

ii/ Calcular la relación de indeterminación $x-p$ para los estados excitados.

Problema 23. Consideremos un sistema de spin $S = \frac{1}{2}$ y definamos el operador $R_x := \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i\sigma_x)$. Se pide:

i/ Comprobar que R_x es la matriz de rotación alrededor del eje x de ángulo $-\frac{\pi}{2}$.

ii/ Construir la matriz que representa al operador S_z en la base del operador S_y .