

# MECÁNICA CUÁNTICA

## Problemas (Grupo D)

**Problema 26.** Consideremos el problema de la precesión del spin  $S = \frac{1}{2}$  estudiado en la parte de Teoría. Usando el Hamiltoniano

$$H = - \left( \frac{eB}{mc} \right) S_z = \omega S_z,$$

se pide:

i/ Escribir las ecuaciones de Heisenberg del movimiento para los operadores dependientes del tiempo  $S_x(t)$ ,  $S_y(t)$ ,  $S_z(t)$ .

ii/ Resolver las ecuaciones del movimiento y obtener  $S_x(t)$ ,  $S_y(t)$ ,  $S_z(t)$ .

**Problema 27.** Se sabe que un sistema cuántico de 2 niveles  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  tiene supuestamente el siguiente operador que al parecer es su Hamiltoniano

$$H = H_{11} |1\rangle\langle 1| + H_{22} |2\rangle\langle 2| + H_{12} |1\rangle\langle 2|, \quad H_{ij} \in \mathbb{R}.$$

Se pide:

i/ ¿Se viola algún principio con este  $H$ ?

ii/ Resolver la evolución temporal con este  $H$  para mostrar la afirmación en el apartado anterior (por simplicidad, tomar  $H_{11} = 0 = H_{22}$ .)

**Problema 28.** Un electrón interactúa con un campo magnético externo  $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}}$  que es uniforme e independiente del tiempo. En el instante  $t = 0$ , se sabe que el estado del electrón es un autoestado del operador  $\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  con autovalor  $\frac{\hbar}{2}$ , donde  $\hat{\mathbf{n}}$  es un vector unidad en el plano  $xz$  que forma un ángulo  $\beta$  con el eje  $z$ . Se pide:

i/ Obtener la probabilidad de encontrar al electrón en el estado con spin  $S_x = \frac{\hbar}{2}$  como función del tiempo.

ii/ Calcular el valor esperado de  $S_x$  como función del tiempo.

iii/ A modo de comprobación, razonar en los casos particulares de (a)  $\beta = 0$  y (b)  $\beta = \frac{\pi}{2}$ .